

کتابخانه

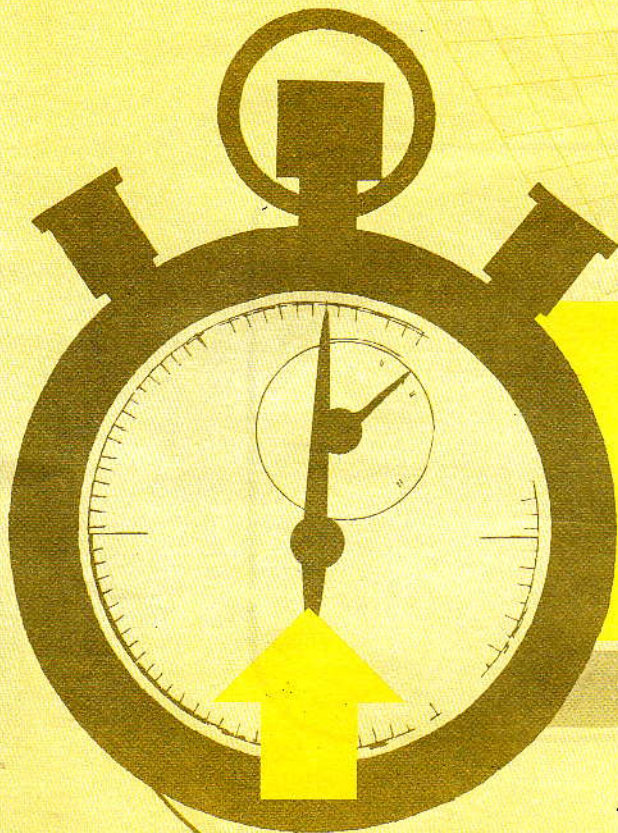


پرسش‌های دومین

المپیاد ریاضی

نوجوانان ایران

مرحله ۲ (هفتم)



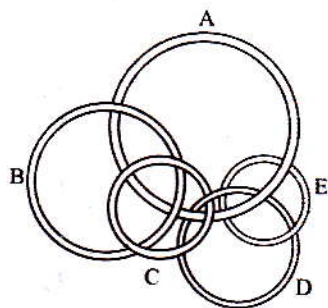
زمان: ۱۲۰ دقیقه
تعداد: ۳۰ پرسش

در این آزمون شما مجاز به استفاده از ماشین حساب نیستید

پرسش‌های ۱ تا ۱۰ هر کدام ۳ نمره دارند بدون نمره‌ی منفی
پرسش‌های ۱۱ تا ۲۰ هر کدام ۴ نمره دارند با یک نمره‌ی منفی برای هر پاسخ نادرست
پرسش‌های ۲۱ تا ۳۰ هر کدام ۵ نمره دارند با دو نمره‌ی منفی برای هر پاسخ نادرست



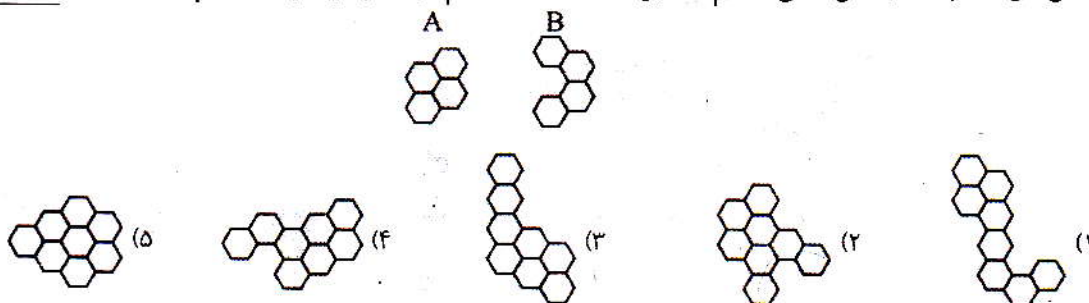
پرورش‌های ۳ امتیازی



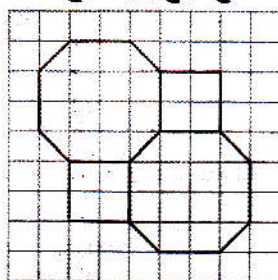
۱. کدام یک از حلقه‌ها به بقیه وصل نیست؟

- A (۱)
- B (۲)
- C (۳)
- D (۴)
- E (۵)

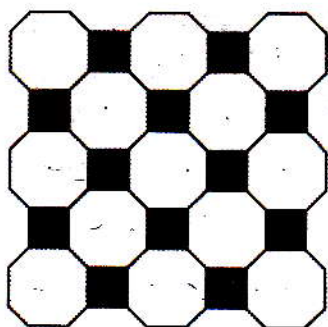
۲. شکل‌های A و B از شش ضلعی منتظم تشکیل شده‌اند. از کنار هم قرار گرفتن این دو، کدام شکل حاصل نمی‌شود؟



۳. به الگوی کاشی کاری زیر دقت کنید. این الگو از یک نوع مربع و یک نوع هشت ضلعی، روی صفحه شطرنجی، درست شده است:



اکنون در شکل زیر، چه کسری از مساحت شکل به رنگ سیاه است؟



- $\frac{48}{220}$ (۱)
- $\frac{48}{225}$ (۲)
- $\frac{48}{220}$ (۳)
- $\frac{52}{220}$ (۴)
- $\frac{52}{220}$ (۵)

محاسبات





۴. عدد ۱۲ را تجزیه کرده ایم؛ $۱۲ = ۲ \times ۲ \times ۳$ یعنی ۱۲ را می توان به صورت حاصل ضرب سه عدد اول نوشت. عبارت

$۱ \times ۲ \times ۳ \times ۴ \times ۵ \times ۶ \times ۷ \times ۸ \times ۹ \times ۱۰ \times ۱۱ \times ۱۲$ برابر حاصل ضرب چند عدد اول است؟

۲۵ (۵)

۲۳ (۴)

۲۱ (۳)

۱۹ (۲)

۱۷ (۱)

۵. حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$۱ + ۲ - ۳ + ۴ + ۵ - ۶ + ۷ + ۸ - ۹ + \dots + ۲۰۸ + ۲۰۹ - ۲۱۰$$

۲۲۱۵۵ (۵)

۱۴۷۷۰ (۴)

۷۳۸۵ (۳)

۷۲۴۵ (۲)

۲۴۱۵ (۱)

۶. اگر با استفاده از تمام رقم های ۰ تا ۹ دو عدد ۵ رقمی بنویسیم، کم ترین اختلاف ممکن آن دو عدد کدام گزینه است؟

۵۵۵۵۵ (۵)

۱۳۵۷۹ (۴)

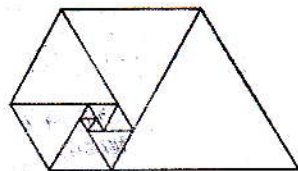
۳۳۳۴ (۳)

۱۳۵۴ (۲)

۲۴۷ (۱)

۷. شکل زیر از ۱۱ تا مثلث متساوی الاضلاع تشکیل شده است. اگر مساحت کوچک ترین مثلث برابر با ۱ سانتی متر مربع

باشد، مساحت کل شکل چند سانتی متر مربع است؟



۳۲۵ (۲)

۳۲۰ (۱)

۳۳۵ (۴)

۳۳۰ (۳)

۳۴۰ (۵)

۸. اگر یک خط کش به طول ۳cm داشته باشیم، کافی است فقط عدد ۱ را روی آن مشخص کنیم تا با آن بتوان پاره خط هایی به طول ۱، ۲ و ۳ سانتی متر را اندازه گرفت.



حال اگر یک خط کش به طول ۶cm داشته باشیم، با مشخص کردن کدام دو نقطه تمام طول های ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ سانتی متری را می توان اندازه گرفت؟

۲ و ۵ (۵)

۳ و ۴ (۴)

۲ و ۴ (۳)

۱ و ۵ (۲)

۳ و ۵ (۱)

۹. دو عدد طبیعی داریم که هر یک از آن ها از ۲۲ درصد دیگری بزرگ تر است. یکی از عددها ۳۰ است. چند پاسخ مختلف برای عدد دیگر می توان پیدا کرد؟

۱۳۰ (۵)

۱۴۴ (۴)

۱۲۲ (۳)

۹۸ (۲)

۸۸ (۱)

۱۰. به چند طریق می توان ۴ عدد طبیعی از بین اعداد ۱ تا ۸ انتخاب کرد، به شرطی که اختلاف هر دو عدد انتخاب شده حداقل برابر ۲ باشد؟

۵ (۵)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



پرسش‌های ۴ امتیازی

۱۱. چهار نفر A، B، C و D در تیم‌های ۳ نفره و در ۴ مرتبه یک پروژه را انجام داده‌اند.

تیم A و B و C، در ۱۰ ساعت پروژه را انجام داده‌اند.

تیم B و C و D، در ۱۲ ساعت پروژه را انجام داده‌اند.

تیم C و D و A، در ۱۵ ساعت پروژه را انجام داده‌اند.

تیم D و A و B، در ۱۶ ساعت پروژه را انجام داده‌اند.

چه کسی از همه سریع‌تر کار کرده است؟

(۵) نمی‌توان تعیین کرد.

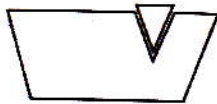
D (۴)

C (۳)

B (۲)

A (۱)

۱۲. اگر بدانیم $4 \Rightarrow 7 \oplus 3$ یعنی مانند شکل از کنار هم قرار دادن یک سه ضلعی و یک هفت ضلعی (بدون آن که سطح آن‌ها



روی هم بیفتند) می‌توان یک چهارضلعی ساخت.

کدام عبارت زیر نادرست است؟

(۲) $4 \Rightarrow 6 \oplus 3$

(۱) $4 \Rightarrow 8 \oplus 3$

(۴) $4 \Rightarrow 8 \oplus 4$

(۳) $4 \Rightarrow 5 \oplus 3$

(۵) $4 \Rightarrow 6 \oplus 4$

۱۳. یک آزمون شامل ۵ سؤال دو گزینه‌ای است. اگر کسی حداقل سه سؤال را درست پاسخ دهد، قبول می‌شود. سه پاسخ زیر

مربوط به سه نفری هستند که قبول نشده‌اند. در این صورت کدام گزینه، کلید آزمون است؟

الف ب

۱		X
۲		X
۳		X
۴	X	
۵		X

(۳)

الف ب

۱		X
۲	X	
۳	X	
۴		X
۵		X

(۲)

الف ب

۱	X	
۲	X	
۳		X
۴	X	
۵	X	

(۱)

الف ب

۱		X
۲		X
۳	X	
۴	X	
۵		X

(۵)

الف ب

۱	X	
۲		X
۳	X	
۴		X
۵	X	

(۴)

الف ب

۱	X	
۲	X	
۳		X
۴		X
۵		X

(۳)

الف ب

۱		X
۲	X	
۳		X
۴		X
۵	X	

(۲)

الف ب

۱	X	
۲		X
۳	X	
۴	X	
۵		X

(۱)

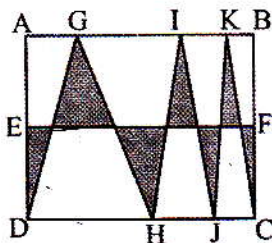
محاسبات



۱۴. در مدرسه آدم کوچولوها ۱۰۰ دانش آموز با قدهای ۱ سانتی متر، ۲ سانتی متر، ... و ۱۰۰ سانتی متر وجود دارند. این دانش آموزان را به چند گروه تقسیم می کنیم، به طوری که در هر گروه قد هیچ کس دقیقاً دو برابر شخص دیگری نباشد. کمترین تعداد گروه هایی که نیاز داریم، چند تا است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵ (۵) ۶

۱۵. در مستطیل روبه رو E و F به ترتیب وسط AD و BC هستند. درباره مکان I، G و K روی AB و مکان H و J روی DC اطلاعاتی در دست نیست. خط شکسته DGHJKC در این مستطیل رسم شده است. چه کسری از مستطیل رنگ شده است؟



$$\frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{13}{50} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{5}{19} \quad (۵)$$

۱۶. a، b، c، d و e پنج عدد طبیعی هستند. (b, a)، (b, c)، (c, d) و (d, e) از یک بزرگ تر هستند. (b, a) ب.م.م b, a است و ب.م.م هر جفت دیگر از این عددها برابر یک است. کوچکترین مقدار ممکن برای $a+b+c+d+e$ کدام است؟

- (۱) ۲۸ (۲) ۵۳ (۳) ۳۵ (۴) ۴۷ (۵) ۶۵

۱۷. چند درصد از عددهای طبیعی ۱ تا ۱۰۰۱ دقیقاً بر یکی از دو عدد ۸ یا ۵ بخش پذیرند؟

- (۱) ۲۲/۵ (۲) ۲۵ (۳) ۲۷/۵ (۴) ۳۰ (۵) ۳۲/۵

۱۸. قلعه ای به شکل یک پنج ضلعی داریم که در هر رأس آن یک اتاق نگهبانی وجود دارد. هر نگهبان از دو دیوار مجاور خود نگهبانی می دهد. هر دیوار باید توسط حداقل پنج نگهبان مواظبت گردد. حداقل تعداد نگهبان ها کدام است؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۲۰ (۳) ۱۳ (۴) ۱۲ (۵) ۱۰

۱۹. چند عدد طبیعی وجود دارد که درست ۲ برابر مجموع ارقامش باشد؟

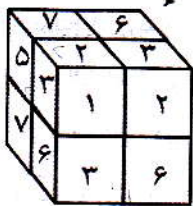
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) بی نهایت (۵) صفر

۲۰. طول تکه سیمی ۱۲۰ cm است. کمترین تعداد برش های لازم در سیم برای این که بتوان اسکلت مکعب به طول یال ۱۰ cm را ساخت، چند یال است؟ (می توان سیم را از محل های دلخواه خم کرد.)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (۵) ۵

پرسش‌های ۵ امتیازی

۲۱. ۸ تا مکعب کوچک هم‌اندازه داریم که روی وجه‌های آن‌ها، عددهای طبیعی نوشته شده است. یکی از دو عدد روی دو وجه مقابل هم در هر مکعب عددی زوج و دو برابر عدد دیگر که عددی فرد است، می‌باشد. این ۸ مکعب را مانند شکل روبه‌رو چیده‌ایم. در این چینش وقتی دو وجه از دو مکعب به هم می‌چسبند که حتماً عددهای مساوی روی آن‌ها نوشته شده باشد.



حاصل جمع عددهای روی همه وجه‌های این ۸ مکعب کدام است؟

- (۱) ۱۲۲
(۲) ۱۹۸
(۳) ۲۴۰
(۴) ۳۲۲
(۵) ۳۲۴

۲۲. عددی را «هفتالو» می‌نامیم که بتوان رقمی از آن را حذف کرد، طوری که عدد اولیه هفت برابر عدد حاصل باشد. چند عدد هفتالوی سه رقمی وجود دارد؟

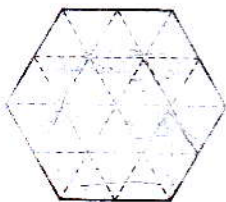
- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴
(۵) ۵

۲۳. چهار دانش‌آموز کلاس هفتم به نام‌های امیر، مهدی، کامران و بابک و چهار دانش‌آموز کلاس هشتم به نام‌های احمد، محمد، حامد و ماهان در ۴ تیم دو نفره در مسابقه‌های تنیس دو نفره شرکت کردند. هر تیم شامل یک دانش‌آموز کلاس هفتم و یک دانش‌آموز کلاس هشتم است. می‌دانیم، احمد با امیر یا مهدی در یک تیم نیست، محمد با مهدی در یک تیم نیست. هم‌چنین حامد و ماهان نه با کامران هم‌تیمی هستند نه با بابک. این هشت نفر به چند طریق مختلف می‌توانند ۴ تیم دو نفره تشکیل دهند؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

(۵) با این شرط‌ها ممکن نیست.

۲۴. به چند حالت می‌توان یک شش‌ضلعی منتظم را به هشت دوزنقه مساوی تقسیم کرد؟ (حالت‌هایی که از چرخاندن یا قرینه کردن حالت‌های دیگر به دست می‌آید هم شمرده می‌شوند).



- (۱) ۷
(۲) ۸
(۳) ۹
(۴) ۱۰
(۵) ۱۲



۲۵. اگر a یک عدد صحیح زوج باشد آن گاه $\boxed{a} = \frac{a}{2}$ و اگر a یک عدد صحیح فرد باشد آن گاه $\boxed{a} = a + 3$. معادله

$\boxed{\boxed{a}} = 17$ چند جواب مختلف دارد؟

۵ (۵)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۶. * در یک مسابقه والیبال، دو تیم چند «دست» با هم بازی می کنند و برنده اولین تیمی است که سه دست ببرد.

* جام حذفی به این صورت است که هر تیم با تیمی دیگر بازی می کند و بازنده حذف می شود و برنده با برنده مسابقه ای دیگر بازی می کند. این کار ادامه پیدا می کند تا این که فقط یک تیم به عنوان قهرمان باقی بماند.

در یک، جام حذفی والیبال، ۶۴ تیم شرکت کردند. تعداد مسابقه هایی که با نتیجه ۳-۱ تمام شد، دو برابر تعداد مسابقه هایی است که با نتیجه پایانی ۳-۰ و نصف تعداد مسابقه هایی است که با نتیجه پایانی ۳-۲ بود. در کل این جام، چند «دست» بازی شده است؟

۲۸۲ (۵)

۲۷۹ (۴)

۲۷۶ (۳)

۲۷۳ (۲)

۲۷۰ (۱)

۲۷. ۴۱ سکه ای که داریم، ۲۰ تای آن ها تقلبی هستند و اختلاف وزن هر سکه تقلبی با سکه غیر تقلبی ۱ گرم است. بهر از یک ترازو دارد که اختلاف وزن دو کفه را نشان می دهد. او یک سکه را انتخاب می کند، حداقل با چند بار وزن کردن می توان متوجه شود که سکه تقلبی است یا غیر تقلبی؟

۲۰ (۵)

۱۰ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۸. کمد های ۶۰ دانش آموز در سه ردیف ۲۰ تایی از چپ به راست شماره گذاری شده اند: در ردیف اول از ۱ تا ۲۰، در ردیف دوم از ۲۱ تا ۴۰، در ردیف سوم از ۴۱ تا ۶۰. کمد های پر نیان، یاسمین و ستایش در این شکل دیده می شوند. اگر شماره هر سه کمد بر شماره ی پلاک خانه پر نیان که یک عدد طبیعی بزرگ تر از ۱ است بخش پذیر باشند، کدام جمله همیشه درست است؟

ردیف ۱						پر نیان		
ردیف ۲							یاسمین	
ردیف ۳		ستایش						

(۱) شماره کمد پر نیان کم تر از ۱۰ است.

(۲) شماره کمد ستایش بیش تر از ۵۰ است.

(۳) شماره کمد یاسمین کم تر از ۳۰ است.

(۴) شماره کمد ستایش کم تر از ۵۰ است.

(۵) شماره ی کمد یاسمین بیش تر از ۳۰ است.

محاسبات





۲۹. بزرگ‌ترین عدد هفت رقمی که از ۷ رقم مختلف تشکیل شده و بر هر یک از ارقامش بخش‌پذیر باشد را در نظر بگیرید. باقی‌مانده این عدد بر ۱۱ کدام است؟

(۵) صفر

(۴) ۸

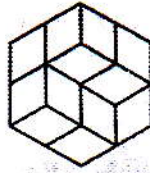
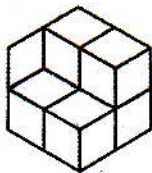
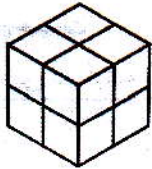
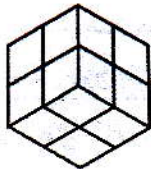
(۳) ۷

(۲) ۴

(۱) ۱

۳۰. یک شش ضلعی منتظم به طول ضلع ۲ داریم. هم‌چنین تعداد ۱۲ تا کاشی لوزی‌شکل، به طول ضلع ۱ با یک زاویه ۶۰ درجه داریم. می‌خواهیم سطح داخل شش ضلعی را با کاشی‌های لوزی شکل پر کنیم. (مانند شکل) به چند طریق این کار

امکان‌پذیر است؟



(۱) ۲۰

(۲) ۲۵

(۳) ۳۰

(۴) ۳۶

(۵) ۴۵

$$\begin{array}{r} 11 \\ 10 \overline{) 11} \\ \underline{10} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 10 \overline{) 11} \\ \underline{10} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 10 \overline{) 11} \\ \underline{10} \\ 1 \end{array}$$