



روزانه علمی
موسسه تخصصی آموزش
روزانه علمی اسلام



سازمان توسعه علمی آموزی



کمیته علمی و پژوهشی

هفتمین دوره لیگ علمی بین المللی پایا

7th International Scientific League of Paya

هووالعلم

دفترچه پیش آزمون و سوالات

آزمون مرحله ی مقدماتی (۸ اسفند ۱۳۹۲)

پایه ی هفتم (اول متوسطه یک)

عنوان	صفحه	مدت زمان پاسخ گویی
پیش آزمون ها	۲-۱۰	۱۵ دقیقه
سوالات ۱ تا ۱۰ عمومی، سوالات ۱۱ تا ۲۵ اختصاصی براساس پیش آزمون	۱۱-۱۲	۳۵ دقیقه
پاسخ گویی به کلیه ی سوالات به صورت گروهی است. بنابراین توصیه می شود پس از جمع بندی نهایی یکی از اعضای گروه مسوولیت وارد کردن پاسخ ها را در پاسخ برگ داشته باشد.		
به ازای هر ۴ پاسخ اشتباه، امتیاز یک پاسخ صحیح از بین می رود.		

لطفا توجه نمایید:

- لیگ علمی پایا در پایه ی هفتم (اول متوسطه یک) در قالب گروه های ۵ نفره به صورت ترکیب علوم پایه (ریاضی، فیزیک و شیمی) برگزار می گردد.
- مرحله مقدماتی از لیگ علمی پایا شامل پیش آزمون، سوالات عمومی و سوالات پیش آزمون است.
- ۱) در قسمت اول آزمون هر یک از اعضای گروه باید پیش آزمون مربوط به خود را از دفترچه جدا نموده و به صورت انفرادی مطلب آموزشی (پیش آزمون) خود را در مدت زمان ۱۵ دقیقه مطالعه نماید و به خاطر بسپارد.
- ۲) قسمت دوم آزمون شامل پاسخ گویی به ۱۰ سوال تستی ۵ گزینه ای از مطالب کتاب های درسی و منابع معرفی شده دانش آموزان به صورت گروهی می باشد.
- ۳) قسمت سوم آزمون شامل پاسخ گویی به ۱۵ سوال تستی ۵ گزینه ای است که همه اعضای گروه به کمک هم و با استناد به مطالب آموزشی که در بخش قبل مطالعه کرده اند به آن ها پاسخ می دهند.
- تذکر ۱. هر یک از اعضای گروه ملزم به مطالعه یکی از پیش آزمون ها می باشند و در غیر این صورت تخلف در آزمون محسوب می شود.
- تذکر ۲. چنانچه گروهی ۴ نفره باشد، یکی از اعضای گروه علاوه بر مطالعه پیش آزمون مربوط به خود مسوولیت مطالعه پیش آزمون ۵ را نیز بر عهده دارد.
- تذکر ۳. چنانچه گروهی ۳ نفره باشد، یکی از اعضای گروه می تواند مسوولیت مطالعه پیش آزمون ۴ را بر عهده بگیرد و گروه مجاز به مطالعه پیش آزمون ۵ نمی باشد.
- تذکر ۴. هنگام پاسخ گویی به سوالات نیازی به جمع آوری پیش آزمون ها از دانش آموزان نمی باشد.

پیش آزمون ۱: حل دستگاه‌های معادلات

همه‌ی شما تاکنون حل معادله‌های ساده را یاد گرفته‌اید. به عنوان مثال می‌دانید که معادله $2x+3=9$ به صورت زیر حل می‌شود:

$$\begin{aligned} 2x+3 &= 9 \\ 2x+3-3 &= 9-3 \\ 2x &= 6 \Rightarrow x = 6 \div 2 = 3 \Rightarrow \boxed{x=3} \end{aligned}$$

بنابراین می‌توان گفت که حل معادلاتی به صورت $ax+b=0$ که در آن $a \neq 0$ است، به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} ax+b &= 0 \\ ax+b-b &= -b \Rightarrow ax = -b \Rightarrow \boxed{x = -\frac{b}{a}} \end{aligned}$$

حال فرض کنید که دو معادله با هم داشته باشیم و بخواهیم جواب آن‌ها را به دست آوریم. این دو معادله را $ax+by=c$ و $a'x+b'y=c'$ در نظر بگیرید که در آن‌ها a و a' و b و b' اعدادی مخالف صفر هستند. همان گونه که می‌بینید، مجهولات این معادله x و y هستند. به چنین معادله‌هایی، دستگاه معادلات دوجمله‌ای گفته می‌شود و هدف از حل یک دستگاه دو معادله - دو مجهولی پیدا کردن مقادیر x و y است. برای حل چنین دستگاهی کافی است که از یکی از معادلات، مقدار x را بر حسب y به دست آورده و سپس عبارت به دست آمده را در معادله‌ی دوم جایگزین کرد تا یک معادله‌ی یک مجهولی به دست آید. سپس معادله‌ی حاصل را حل می‌کنیم و مقدار y را پیدا می‌کنیم. با پیدا شدن مقدار y ، مقدار x هم پیدا می‌شود.

مثال: دستگاه دو معادله دو مجهولی زیر را حل کنید.

$$\begin{aligned} \begin{cases} 3x-4y=11 \\ 5x+6y=-7 \end{cases} \\ 3x-4y=11 \Rightarrow x = \frac{4y+11}{3} \\ 5x+6y=-7 \xrightarrow{x=\frac{4y+11}{3}} 5\left(\frac{4y+11}{3}\right)+6y=-7 \\ \Rightarrow \frac{20y+55}{3}+6y=-7 \\ 3 \times \left(\frac{20y+55}{3}+6y=-7\right) \\ 20y+55+18y=-21 \\ 38y+55=-21 \\ 38y+55-55=-21-55 \\ 38y=-76 \Rightarrow \boxed{y=-2} \\ x = \frac{4y+11}{3} \Rightarrow x = \frac{4(-2)+11}{3} = \frac{-8+11}{3} = 1 \Rightarrow \boxed{x=1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -4y + \frac{11}{3} &= 6x \\ \Rightarrow \begin{cases} -4y + \frac{11}{3} = 6x \\ 5x + 6y = -7 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \begin{cases} -4y + \frac{11}{3} = 6x \\ 5x + 6y = -7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4y + \frac{11}{3} = 6x \\ 5x + 6y = -7 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \begin{cases} -4y + \frac{11}{3} = 6x \\ 5x + 6y = -7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4y + \frac{11}{3} = 6x \\ 5x + 6y = -7 \end{cases} \end{aligned}$$

پیش‌آزمون ۴: جذر

عدد ۲۵ را در نظر بگیرید. می‌توانیم بنویسیم $۲۵ = ۵ \times ۵$. همان‌طور که می‌بینید، اگر عدد ۵ را در خودش ضرب کنیم، به عدد ۲۵ می‌رسیم. در این حالت گفته می‌شود که مجذور عدد ۵ برابر با ۲۵ است. همچنین می‌توان گفت که جذر عدد ۲۵ برابر با ۵ است.

به سراغ مثال‌های دیگری می‌رویم. مجذور اعداد ۳، $\frac{1}{4}$ و $۰/۰۶$ عبارتند از: ۹، $\frac{1}{4}$ و $۰/۰۳۶$. پس با توجه به آن‌چه که گفته شد، می‌توانیم چنین نتیجه‌گیری کرد که جذر اعداد ۹، $\frac{1}{4}$ و $۰/۰۳۶$ به ترتیب عبارتند از ۳، $\frac{1}{4}$ و $۰/۰۶$. از نظر ریاضی عمل مجذور کردن و جذرگیری را می‌توان به صورت زیر نشان داد:

$$۳ \times ۳ = ۳^2 = ۹ \Leftrightarrow \sqrt{۹} = ۳$$

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$$

$$۰/۰۶ \times ۰/۰۶ = (۰/۰۶)^2 = ۰/۰۰۳۶ \Leftrightarrow \sqrt{۰/۰۰۳۶} = ۰/۰۶$$

یکی از چیزهایی که باید به آن توجه کرد، این است که اعداد منفی جذر ندارند. زیرا هیچ عددی را نمی‌توان پیدا کرد که اگر آن را در خودش ضرب کنیم، حاصل عددی منفی شود. ضمناً جذر یک عدد نمی‌تواند عددی منفی باشد. پس حاصل جذر همواره عددی نامنفی است.

سؤالی که در این‌جا مطرح می‌شود، این است که اگر بخواهیم جذر عددی مانند ۲۱ را به دست آوریم، چه باید بکنیم. همان‌طور که می‌دانیم، نمی‌توانیم هیچ عددی را پیدا کنیم که اگر آن را در خودش ضرب کنیم، حاصل ۲۱ شود. به همین منظور باید جذر عدد ۲۱ را به طور تقریبی پیدا کنیم. ما این روش را به صورت مرحله به مرحله نوشته‌ایم. سعی کنید روش کار را کشف کنید.

$$\sqrt{21} = 4/ \quad 4 \times 4 < 21 < 5 \times 5$$

مرحله (۱)

$$\begin{array}{r} \sqrt{21} = 4/ \\ -16 \\ \hline 5 \end{array}$$

$$4 \times 4 = 16$$

مرحله (۲)

$$\begin{array}{r} \sqrt{21/00} = 4/ \\ -16 \\ \hline 500 \end{array}$$

مرحله (۳)

$$\begin{array}{r} \sqrt{21/00} = 4/5 \\ -16 \\ \hline 500 \\ 425 \\ \hline 0/75 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \times 2 = 8 \quad 5 \\ \times \quad 5 \\ \hline 425 \end{array}$$

مرحله (۴)

پس جذر عدد ۲۱ تا یک رقم اعشار برابر است با ۴/۵.

پیش‌آزمون ۵: تغییرات خطی

کارگری را در نظر بگیرید که در هر ساعت ۲ مترمربع دیوار رنگ می‌کند. اگر بخواهیم بدانیم که این کارگر پس از ۱۰ ساعت چند مترمربع دیوار را رنگ می‌کند، کافی است عدد ۲ را در ۱۰ ضرب کنیم و به عدد ۲۰ برسیم. حال اگر در نظر بگیریم که کارگر در هر دو ساعت ۵ مترمربع دیوار را رنگ می‌کند، برای به‌دست آوردن این که کارگر پس از ۱۰ ساعت چند مترمربع از دیوار را رنگ کرده است، کافی است از تناسب زیر استفاده کنیم:

$$\begin{array}{c|c} 2 & 5 \\ \hline 10 & x \end{array} \quad 2 \times x = 5 \times 10 \Rightarrow x = \frac{5 \times 10}{2} = 25$$

اکنون این مسئله را از دیدگاه دیگری و به روش متفاوتی مورد بررسی قرار می‌دهیم.

اگر x نشان‌دهنده ی متر از دیوار رنگ شده توسط کارگر پس از y ساعت باشد، می‌توان نوشت: $y = \frac{2}{5}x$

اما این رابطه از کجا آمده است؟

در جواب به این سؤال باید گفت که باز هم باید به جدول تناسب متوسل شویم:

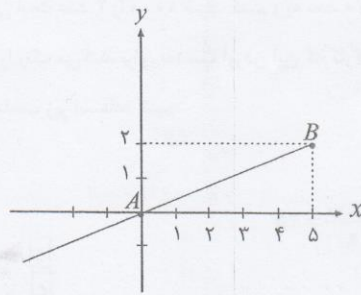
$$\begin{array}{c|c} 2 & 5 \\ \hline y & x \end{array} \quad 5y = 2x$$

به چنین رابطه‌ای بین x و y یک رابطه خطی گفته می‌شود و می‌توان نمودار آن را به شکل یک خط راست در دستگاه مختصات نشان داد. برای رسم چنین رابطه‌ای کافی است که دو نقطه مربوط به این رابطه را روی دستگاه مختصات پیدا کرده و خط راستی که از این دو نقطه می‌گذرد، به هم وصل کنیم. به همین دلیل ما دو عدد دلخواه، مثلاً صفر و ۵ را به جای x گذاشته و مقادیر y مربوطه را پیدا می‌کنیم.

$$x=0 \Rightarrow y = \frac{2}{5}x = \frac{2}{5} \times 0 = 0 \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$x=5 \Rightarrow y = \frac{2}{5}x = \frac{2}{5} \times 5 = 2 \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$$

همان طور که محاسبه‌های بالا نشان می‌دهند، نقاط $A = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ مربوط به رابطه‌ی $y = \frac{2}{5}x$ هستند که باید روی دستگاه مختصات آن‌ها را به هم وصل کرد.



با توجه به این توضیحات آیا می‌توانید نمودار مربوط به رابطه‌ی $y = 2x + 1$ را رسم کنید؟

$$\begin{cases} ax - 6y = a - 1 \\ 3x - 2y = a - 3 \end{cases}$$

~~برای رسم نمودار~~

~~$$ax - 6y = a - 1$$~~
~~$$-3x - 2y = a - 3$$~~

~~$$x - \frac{1}{2}y + 2x - 3y = 8 + 5x$$~~

~~$$-\frac{1}{2}y - 3y = -3 + 4x$$~~

~~$$-\frac{7}{2}y + 3 = 4x$$~~

سوالات عمومی

۱. می‌خواهیم یک جدول 5×5 را با حروف A و B و C و D پر کنیم، به طوری که در هیچ دو خانه‌ای که رأس یا ضلع مشترک دارند، حرف یکسان قرار نگیرد. مطابق شکل زیر چند حرف را در خانه‌ها قرار داده‌ایم. در خانه‌ای که سیاه شده کدام گزینه را می‌توان قرار داد؟

A	B	C	A	B
C	D	A	C	D
		B		
D	C			
B	A	B		

A (۱)

B (۲)

C (۳)

D یا C (۴)

(۵) نمی‌توان چنین کاری را انجام داد

۲. چند مثلث می‌توان ساخت که دو زاویه‌ی آن 40° درجه و 70° درجه و یک ضلع آن به طول ۷ باشد؟

(۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) سه (۵) چهار

۳. اگر داشته باشیم $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n = n!$ (عددی طبیعی است) چند عدد مانند k با شرط $1 < k < 40$ می‌توان پیدا کرد که به ازای آن‌ها $(k-1)!$ بر k بخش‌پذیر نباشد؟ k نیز یک عدد طبیعی است.

(۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳ (۵) ۱۶

۴. روی هر وجه مکعبی یک عدد طبیعی نوشته‌ایم و روی هر رأس این مکعب حاصل ضرب عددهایی را نوشته‌ایم که روی سه وجه مجاور به این رأس نوشته شده‌اند. اگر مجموع عددهای روی رئوس ۷۰ باشد، مجموع اعداد نوشته شده روی همه‌ی وجه‌های مکعب چند است؟



(۱) ۱۲ (۲) ۳۵ (۳) ۱۴ (۴) ۱۰ (۵) ۲۲

۵. در یک مسابقه‌ی علمی دخترها بیش از ۴۵٪ اما کمتر از ۵۰٪ شرکت کنندگان را تشکیل می‌دهند. کم‌ترین تعداد ممکن برای شرکت کنندگان دختر کدام است؟



(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶ (۵) ۷

۶. چند لیتر آب 10°C را باید با ۴۵ لیتر آب 30°C مخلوط کرد تا حداکثر دمای نهایی مخلوط به 25°C برسد؟

(۱) ۱۵ (۲) ۲۰ (۳) ۲۵ (۴) ۲۲/۵ (۵) ۱۷/۵

۷. طول یک مداد را با خط‌کشی که دقت اندازه‌گیری آن 1cm است، اندازه‌گیری کرده‌ایم. کدام عدد نمی‌تواند به عنوان نتیجه‌ی حاصل از اندازه‌گیری معتبر باشد؟

(۱) 160mm (۲) $170/6\text{mm}$ (۳) $15/2\text{cm}$ (۴) $10/0\text{cm}$ (۵) گزینه‌های ۲ و ۴

۸. هنگامی که فلز سدیم را داخل آب می‌اندازیم، به سرعت روی آب می‌چرخد و واکنش شدیدی اتفاق می‌افتد و ممکن است شعله‌ی خفیفی هم دیده شود. با توجه به این آزمایش کدام نتیجه‌گیری درست است؟

(۱) چگالی سدیم از چگالی آب کم‌تر است. (۲) چگالی سدیم و آب برابر است.

(۳) چگالی سدیم از چگالی آب بیشتر است. (۴) آب می‌تواند باعث تولید شعله شود.

(۵) محصول واکنش یک گاز و نمک سدیم است.

۹. دماسنجی ساخته شده است که دمای انجماد آب را (-25) درجه و دمای جوش آب را 45 درجه نشان می‌دهد. این دماسنج دمای 10°C را چه عددی نشان می‌دهد؟

(۱) -23 (۲) $-6/5$ (۳) -7 (۴) $-12/5$ (۵) -18

۱۰. یک گروه از دانش‌آموزان دمای جوش آب را سه مرتبه در آزمایشگاه اندازه‌گیری کردند و اعداد $98/2^\circ\text{C}$ ، $97/7^\circ\text{C}$ و $98/7^\circ\text{C}$ را به دست آوردند. بهترین عدد برای گزارش نتیجه‌ی این سه آزمایش چیست؟

(۱) ۱۰۰ (۲) $97/8$ (۳) $97/7$ (۴) $98/2$ (۵) $99/0$

سوالات اختصاصی

۱۱. در معادله‌های $2x - 3y = 5$ و $8 - \frac{1}{y} = 6x$ مقدار $x + y$ کدام است؟

(۱) $\frac{4}{19}$ (۲) $\frac{3}{17}$ (۳) $\frac{25}{38}$ (۴) $\frac{13}{19}$ (۵) $\frac{11}{26}$

۱۲. نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ را ابتدا ۱۵ بار با بردار $\vec{i} + 3\vec{j}$ و سپس ۲۰ بار توسط بردار $\begin{bmatrix} -4 \\ 5 \end{bmatrix}$ انتقال می‌دهیم تا به نقطه‌ی B برسیم. مختصات نقطه‌ی B کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 31 \\ 37 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -65 \\ 177 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 61 \\ -38 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -81 \\ 100 \end{bmatrix}$ (۵) $\begin{bmatrix} -15 \\ 147 \end{bmatrix}$

۱۳. مثلث ABC که رئوس آن در نقاط $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$ هستند، در نظر می‌گیریم. طول ضلع AC کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{2}{\sqrt{2}}$ (۴) $\frac{2}{\sqrt{10}}$ (۵) $\frac{2}{9}$

۱۴. در چه صورت دستگاه معادلات $\begin{cases} ax - 6y = a + 1 \\ 3x - 2y = a - 3 \end{cases}$ دارای جواب نیست؟

- (۱) $a \neq 9$ (۲) $a \neq 1$ (۳) $a \neq 3$ (۴) $a \neq 0$ (۵) $a = 0$

۱۵. غلظت اولیه‌ی یک محلول برابر با ۲۰۰ گرم بر لیتر است و پس از پنج دقیقه غلظت آن به ۱۸۰ گرم بر لیتر رسیده است. در صورتیکه تغییرات غلظت به صورت خطی باشد، پس از چند دقیقه غلظت محلول بر ۷۵ گرم بر لیتر می‌رسد؟

- (۱) ۲۵ (۲) $31\frac{1}{2}$ (۳) $30\frac{1}{2}$ (۴) $18\frac{1}{5}$ (۵) $20\frac{1}{5}$

۱۶. در مقیاس دمای فارنهایت نقطه‌ی جوش آب برابر با ۲۱۲ و دمای انجماد آب ۳۲ می‌باشد. هر فارنهایت معادل چند سانتی‌گراد است؟ رابطه‌ی فارنهایت و سانتیگراد به صورت خطی است.

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{1}{18}$ (۳) $\frac{3}{16}$ (۴) $\frac{5}{9}$ (۵) ۱

۱۷. موقعیت اولیه‌ی جسمی در نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 0 \\ -4 \end{bmatrix}$ می‌باشد. پس از ۵ ثانیه جسم به موقعیت $\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$ می‌رود. سرعت جسم در این جابجایی چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{2}{5}$ (۵) $\frac{3}{5}$

۱۸. جسمی که با سرعت ثابت حرکت می‌کند، در لحظه‌های $t_1 = 2s$ و $t_2 = 6s$ به ترتیب در مکان‌های $2m$ و $-2m$ می‌باشد. در لحظه‌ی $t_3 = 10s$ جسم در چند مکانی (برحسب متر) قرار گرفته است؟

- (۱) -۶ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) -۴ (۵) ۲

۱۹. با توجه به سوال ۱۸ در چه زمانی فاصله‌ی جسم از مبدأ مکان به صفر می‌رسد؟

- (۱) ۴ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) ۵ (۴) $\frac{3}{5}$ (۵) هرگز این اتفاق نمی‌افتد

۲۰. در کدام گزینه جذر از خود عدد بزرگ‌تر است؟

- (۱) $\frac{1}{16}$ (۲) $\frac{5}{35}$ (۳) ۰ (۴) -۸ (۵) ۲۱

۲۱. اگر $V = 2(a+1)t^2 - bt + 3$ یک رابطه‌ی خطی باشد که V را برحسب t نمایش می‌دهد، و به ازای $t = -1$ داشته باشیم $V = 5$ ، مقدار $a - b$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۱ (۳) صفر (۴) +۱ (۵) -۳

۲۲. اندازه‌ی بردار $3\vec{i} - 2\vec{j}$ با اندازه‌ی کدام بردار برابر است؟

- (۱) $\vec{i} + 4\vec{j}$ (۲) $\sqrt{2}\vec{i} - 3\vec{j}$ (۳) $\frac{1}{5}\vec{i} - \vec{j}$ (۴) $\frac{2}{3}\vec{i} + \frac{3}{5}\vec{j}$ (۵) $\sqrt{5}\vec{i} + \sqrt{8}\vec{j}$

۲۳. در هیدروکربن‌هایی که آلکان نام دارند و فقط از کربن و هیدروژن ساخته شده‌اند فرمول مولکولی چند عضو اول این خانواده به صورت زیر است:

$CH_4, C_2H_6, C_3H_8, \dots$ در صورتی که رابطه‌ی تعداد اتم‌های هیدروژن در هر آلکان با تعداد اتم‌های کربن به صورت خطی باشد، در عضو بیستم این خانواده چند اتم هیدروژن وجود دارد؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۴۱ (۳) ۴۲ (۴) ۴۳ (۵) ۴۴

۲۴. برای توصیف کدام یک از کمیت‌های زیر نیاز به بردار نداریم؟

- (۱) نیرو (۲) وزن (۳) جرم (۴) جابجایی (۵) سرعت

۲۵. بنابر قانون کولن در الکتریسیته دو بار الکتریکی نقطه‌ای به یک دیگر نیرویی وارد می‌کنند که از رابطه‌ی $F = \frac{kq_1q_2}{r^2}$ به دست می‌آید. در این رابطه q_1, q_2 اندازه‌ی بارها و r فاصله بین آن‌هاست. نمودار F برحسب کدام گزینه به شکل خطی است؟

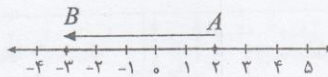
- (۱) $\sqrt{q_1q_2}$ (۲) $\frac{1}{r^2}$ (۳) r^2 (۴) $\frac{q_1}{q_2}$ (۵) $\frac{\sqrt{q_1q_2}}{r}$

پیش‌آزمون ۲: بردارها

با مفهوم بردار از دوره ی دبستان آشنایی دارید. البته ممکن است در سال ششم نیز در بحث دستگاه مختصات، دبیران ریاضی برای شما درباره ی این موضوع نیز صحبت کرده باشند.

اگر بخواهیم تعریف خیلی ساده ای از بردار داشته باشیم، باید بگوییم که بردار پاره‌خطی است جهت‌دار که دارای اندازه یا طول مشخصی است.

محور اعداد را مطابق شکل زیر رسم می‌کنیم و دو نقطه $A=2$ و $B=-3$ را روی آن در نظر می‌گیریم:



چنانچه بردار $\overrightarrow{AB}$ را که ابتدای آن نقطه ی A و انتهایش نقطه ی B می‌باشد، در نظر بگیریم، با شمارش ساده روی محور اعداد می‌توانیم متوجه شویم که اندازه ی بردار $\overrightarrow{AB}$ برابر با ۵ واحد است. اندازه ی بردار $\overrightarrow{AB}$ را با علامت $|\overrightarrow{AB}|$ نشان می‌دهیم و می‌نویسیم $|\overrightarrow{AB}|=5$. اندازه ی یک بردار همواره عددی مثبت است و برای به‌دست آوردن اندازه ی بردار $\overrightarrow{AB}$ کافی است که انتها را منهای ابتدا کنیم. اگر شما چنین کاری را انجام دهید، به عدد -5 می‌رسید. اما همان‌طور که قبلاً گفته شد، اندازه ی بردار عددی مثبت است. پس به جای این که بگوییم اندازه ی بردار $\overrightarrow{AB}$ برابر با (-5) است، می‌گوییم که اندازه ی بردار $\overrightarrow{AB}$ برابر با ۵ است. به بردارهایی مانند بردار $\overrightarrow{AB}$ که روی محور اعداد نشان داده می‌شوند، بردارهای یک‌بعدی گفته می‌شود.

دسته ی دیگر از بردارها که کاربرد بسیار زیادی در حل مسائل علمی و از جمله در فیزیک و مهندسی دارند، بردارهای دو بعدی هستند. بردارهای دو بعدی در دستگاه مختصات وجود دارند. شما با دستگاه مختصات در سال گذشته آشنا شده‌اید.

بردارهای دوبعدی مانند نقاط صفحه‌های مختصات دارای طول و عرض هستند. اما خاصیت بردار بودن خود را حفظ می‌کنند.

به عنوان مثال بردار $\overrightarrow{CD}$ را در نظر بگیرید که ابتدایش روی نقطه ی C به مختصات $\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ و انتهایش روی نقطه ی D به

مختصات $\begin{bmatrix} -5 \\ 3 \end{bmatrix}$ قرار داشته باشد. مختصات بردار $\overrightarrow{CD}$ طبق تعریف عبارت است از مختصات نقطه ی انتهایی منهای

مختصات نقطه ی ابتدایی. پس با این حساب، مختصات بردار $\overrightarrow{CD}$ برابر است با $\begin{bmatrix} -7 \\ -1 \end{bmatrix}$ مختصات بردار $\overrightarrow{CD}$ را به‌صورت

$-\vec{i} - 7\vec{j}$ هم نشان می‌دهند. البته به‌طور کلی هر بردار به مختصات $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ که در آن a و b دو عدد دلخواه می‌توانند باشد،

به‌صورت $a\vec{i} + b\vec{j}$ قابل نمایش است. به $\vec{i}$ و $\vec{j}$ بردارهای پایه ی واحد گفته می‌شود. ما فعلاً در این‌جا کاری به این

بردارها نداریم و صرفاً ذکر می‌کنیم که $\vec{i}$ و $\vec{j}$ بردارهایی هستند که به ترتیب در جهت مثبت محور x ها و جهت مثبت

محور y ها با اندازه‌ی واحد هستند. گفتنی است که اگر هر نقطه به مختصات $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ را با بردار $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ انتقال دهیم، مختصات

نقطه‌ی جدید عبارت است از $\begin{bmatrix} x+a \\ y+b \end{bmatrix}$.

